

# Champs aléatoires de Markov couples et segmentation des images texturées

## Pairwise Markov Random Fields and Textured Images Segmentation

Wojciech Pieczynski

Abdel-Nasser Tebbache

Institut National des Télécommunications

Département Signal et Image  
9, rue Charles Fourier, 91000 Evry, France  
e-mail : Wojciech.Pieczynski@int-evry.fr

### Résumé

*Les modèles par champs aléatoires, qui permettent de tenir compte des interactions spatiales dans des situations complexes, trouvent de nombreuses applications dans différents problèmes de traitement d'images, comme segmentation ou détection de contours.*

*En segmentation statistique d'images on retient généralement le modèle par champs de Markov cachés : le processus des classes est un champ de Markov et on observe sa version "bruitée". La loi du champ des classes a posteriori n'étant pas toujours une loi de Markov dans le cas des images texturées, l'application des méthodes Bayésiennes classiques nécessite des approximations du modèle.*

*L'originalité de la modélisation proposée dans ce travail est de considérer la markovianité du couple (champ des classes, champ des observations). Le modèle obtenu est différent du modèle par champs de Markov cachés, en particulier la loi du champ des classes a priori n'est pas nécessairement une loi markovienne. Les images texturées peuvent alors être segmentées sans approximations du modèle. On présente quelques premières simulations attestant l'intérêt du modèle proposé.*

### Mots Clef

Segmentation, images, champs de Markov, texture.

### Abstract

The use of random fields, which allows one to take into account the spatial interaction among random variables in complex systems, becomes a frequent tool in numerous problems of statistical image processing problems, like segmentation or edge detection.

In statistical image segmentation, the model is generally defined by the probability distribution of the class field, which is assumed to be a Markov field, and the probability distributions of the observations field conditionally to the class field. In such models the segmentation of textured images is difficult to perform and one has to resort to some model approximations. The originality of our contribution is to consider the markovianity of the couple (class field, observations field). We obtain a different model; in particular, the class field is not necessarily a Markov field. The model proposed makes possible textured image segmentation with no approximations. Some first simulations to validate the model proposed are also presented.

### Key Words

Segmentation, images, Markov fields, texture.

### 1 Introduction

Nous présentons dans cet article un modèle par champs aléatoires de Markov, original par rapport aux champs de Markov cachés classiques (HMRF). La différence principale avec les modèles HMRF réside dans le fait que le champ des classes n'est pas nécessairement markovien. Un des avantages discuté dans la suite est la possibilité de segmenter des images texturées sans approximations du modèle. Plus précisément, considérons un ensemble des pixels  $S$  et deux champs aléatoires  $X = (X_s)_{s \in S}$  et  $Y = (Y_s)_{s \in S}$ . Le champ des classes  $X$  est inobservable et le problème est d'estimer sa réalisation à partir de celle observée de  $Y$ . Dans la modélisation classique on suppose que  $X$  est un champ de Markov et  $Y$  est sa version "bruitée". En d'autres termes,  $X$  est "caché" par du bruit. Il existe alors diverses méthodes Bayésiennes de segmentation de  $Y$ , comme MPM [MMP87], MAP

[GeG84] ou ICM [Bes86]. Toutes ces méthodes utilisent la markovianité *a posteriori* de la loi de  $X$ . Ladite markovianité peut être obtenue par le biais des hypothèses simplificatrices comme, à titre d'exemple, l'hypothèse selon laquelle les variables  $Y = (Y_s)_{s \in S}$  sont indépendantes conditionnellement à  $X$ . Lorsque l'on souhaite segmenter des images texturées une telle approximation ne peut être considérée; en effet, dans ce contexte une texture est essentiellement décrite par des champs aléatoires corrélés [ChJ93]. Cette difficulté est mise en évidence dans les travaux de Derin *et al.* [DeE87], [KDH88], [LaD89] : dans le modèle proposé, dit modèle "hiérarchique", on procède de la manière suivante : (i)  $X$  est un champ de Markov; (ii) on considère, pour  $k$  classes,  $k$  champs de Markov réels (par exemple Gaussiens); (iii) après avoir simulé  $X$  et les  $k$  textures (champs de Markov réels), on procède par une technique de collage en considérant sur chaque pixel la valeur numérique de la texture (champ  $Y$ ) déterminée, parmi  $k$  possibilités, par  $X$ . On peut ainsi effectuer des simulations des images contenant des classes des textures différentes et un tel procédé est tout-à-fait conforme à l'intuition. La difficulté vient du fait que la loi de  $X$  *a posteriori* n'est pas markovienne et il est impossible, dans le cadre strict du modèle, d'effectuer des segmentations classiques du type MPM ou MAP. On est alors amené à sortir du modèle par le biais des approximations. Bien qu'il existe un grand nombre de situations dans lesquelles ces approximations semblent avoir peu d'effet sur la qualité finale des résultats des segmentations, leur influence sur la qualité des traitements est difficile à cerner dans toute sa généralité. En particulier, dans des contextes plus complexes (plusieurs capteurs, plusieurs résolutions, présence du flou, ...) de telles approximations du modèle pourraient avoir une influence négative non négligeable sur la qualité finale des résultats des traitements.

Afin d'éviter de telles approximations, nous proposons de considérer directement la markovianité de  $Z = (X, Y)$ . Nous remarquerons que ni la loi de  $X$ , ni celle de  $Y$  (qui sont des lois marginales de  $Z = (X, Y)$ ) n'est alors nécessairement markovienne, cependant ce fait ne préjuge pas de la possibilité de segmentation par MPM ou MAP sans approximations. Cela est principalement dû au fait que la markovianité de  $Z = (X, Y)$  implique, d'une part, la markovianité de  $Y$  conditionnellement à  $X$  et, d'autre part, la markovianité de  $X$  conditionnellement à  $Y$ .

L'organisation de notre article est la suivante. La section suivante est consacrée à la présentation du modèle "couple" proposé dans un cas simple et à la discussion de ses différences par rapport au modèle classique par champs de Markov cachés. Dans la section 3 nous présentons quelques résultats des simulations et la section 4 contient les conclusions.

## 2 Champs de Markov Couple et segmentation des images textures

Nous précisons dans cette section la différence entre les champs de Markov cachés et les champs de Markov couple dans un cas simple de bruitages gaussiens.

### 2.1 Cas simple de Champ de Markov Caché

On considère l'ensemble de pixels  $S$  et  $X = (X_s)_{s \in S}$  un champ aléatoire, chaque variable aléatoire  $X_s$  prenant ses valeurs dans un ensemble de deux classes  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ . Le champ  $X$  est markovien par rapport aux quatre plus proches voisins si sa loi s'écrit

$$P[X = x] = \lambda \exp \left[ - \sum_{(s,t) \text{ voisins}} \varphi_1(x_s, x_t) - \sum_s \varphi_2(x_s) \right] \quad (1)$$

où " $(s,t)$  voisins" signifie que les pixels  $s$  et  $t$  sont voisins et se trouvent soit sur la même ligne, soit sur la même colonne. Le champ aléatoire  $Y = (Y_s)_{s \in S}$  est le champ des observations et nous supposons que chaque variable aléatoire  $Y_s$  prend ses valeurs dans  $R$ . La loi de  $(X, Y)$  est alors définie par (1) et les lois de  $Y$  conditionnelles à  $X = x$ . Si l'on suppose que les variables aléatoires  $(Y_s)$  sont indépendantes conditionnellement à  $X$  et que la loi de chaque  $Y_s$  conditionnelle à  $X = x$  est égale à sa loi conditionnelle à  $X_s = x_s$ , on peut écrire :

$$P[Y = y | X = x] = \prod_s f_{x_s}(y_s) \quad (2)$$

où  $f_{x_s}$  est la densité de la loi de  $Y_s$  conditionnelle à  $X_s = x_s$ . Il en résulte :

$$P[X = x, Y = y] = \lambda e \left[ - \sum_{(s,t) \text{ voisins}} \varphi_1(x_s, x_t) - \sum_s [\varphi_2(x_s) + \text{Log} f_{x_s}(y_s)] \right] \quad (3)$$

Le couple  $(X, Y)$  est ainsi markovien et la loi de  $X$  conditionnelle à  $Y = y$  est encore markovienne. Il est ainsi possible de simuler des réalisations de  $X$  selon sa loi conditionnelle à  $Y = y$ , ce qui rend possible l'utilisation des méthodes de segmentation comme le MPM ou le MAP.

En pratique, les variables aléatoires ( $Y_s$ ) ne sont pas, en général, indépendantes conditionnellement à  $X$ . L'égalité (2) est en particulier trop simpliste pour représenter la présence de deux classes texturées et on est amené à considérer, si l'on souhaite modéliser les deux textures par deux champs markoviens gaussiens, la définition donnée par (4) :

$$P[Y = y|X = x] = \lambda(x) e^{\left[ - \sum_{(s,t) \text{ voisins}} a_{x_s x_t} y_s y_t - \frac{1}{2} \sum_s [a_{x_s x_s} y_s^2 + b_{x_s} y_s] \right]} \quad (4)$$

Le champ  $Y$  est ainsi markovien conditionnellement à  $X$ . La difficulté réside dans le fait que le produit de (1) par (4) n'est pas, dans le cas général, une loi markovienne. En effet, si  $\Gamma(x)$  est la matrice de covariance de la loi gaussienne de  $Y = (Y_s)_{s \in S}$  (conditionnelle à  $X = x$ ), nous avons

$$\lambda(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det(\Gamma(x))}} \quad (5)$$

qui ne peut pas être écrit, dans le général, comme une distribution markovienne en  $x$ .

Finalement,  $X$  est markovien,  $Y$  est markovien conditionnellement à  $X$ , mais ni  $(X, Y)$ , ni  $X$  conditionnellement à  $Y$ , ne sont markoviens dans le cas général. Cette absence de markovianité de la loi *a posteriori* rend difficile l'application rigoureuse des méthodes de segmentation comme MPM ou MAP; cependant, ce problème peut être traité par des approximations du modèle, comme dans [KDH88, WoD92].

## 2.2 Cas simple de Champ de Markov Couple

Une autre possibilité, que nous proposons dans ce travail, consiste à considérer directement le couple  $(X, Y)$  comme markovien. Plus précisément, on pose

$$P[X = x, Y = y] = \lambda e^{\left[ - \sum_{(s,t) \text{ voisins}} \varphi[(x_s, y_s), (x_t, y_t)] - \sum_s \varphi^*[(x_s, y_s)] \right]} \quad (6)$$

$$= \lambda e^{- \sum_{(s,t) \text{ voisins}} [\varphi_1(x_s, x_t) + a_{x_s x_t} y_s y_t] - \sum_s [\varphi_2(x_s) + a_{x_s x_s} y_s^2 + b_{x_s} y_s]}$$

La markovianité du couple  $(X, Y)$  implique la markovianité de  $Y$  conditionnellement à  $X$ , et la markovianité de  $X$  conditionnellement à  $Y$ . La première propriété permet de modéliser les textures, comme dans (4), et la deuxième rend possible les

simulations de  $X$  selon sa loi *a posteriori*, ce qui permet l'application des méthodes Bayésiennes comme MPM ou MAP.

Notons qu'il se pose le problème, que nous n'aborderons pas dans cet article, de l'existence de la loi définie par (6). En effet, cette loi n'existe pas nécessairement pour toutes les fonctions  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $a_{x_s x_t}$ ,  $a_{x_s x_s}$ ,  $b_{x_s}$ . Il existe cependant des conditions d'existence, portant sur l'énergie, des champs markoviens gaussiens non stationnaires [Guy93]. Le champ  $Y$  étant gaussien conditionnellement à  $X$ , une des possibilités de montrer l'existence de la loi définie par (6) pourrait être de montrer que sa loi conditionnelle à  $X = x$  existe pour tout  $x$ .

Le couple  $(X, Y)$  étant markovien, il est possible de calculer les lois des  $(X_s, Y_s)$  conditionnellement au voisinage. Explicitons, à titre d'exemple, le calcul de la loi de  $(X_s, Y_s)$  conditionnelle aux observations faites sur son voisinage composé des quatre plus proches voisins

$$[(X_{t_1}, Y_{t_1}), (X_{t_2}, Y_{t_2}), (X_{t_3}, Y_{t_3}), (X_{t_4}, Y_{t_4})] = [(x_{t_1}, y_{t_1}), (x_{t_2}, y_{t_2}), (x_{t_3}, y_{t_3}), (x_{t_4}, y_{t_4})] \quad (7)$$

L'écriture explicite de ces lois permettra leur simulation, ce qui rendra possible la simulation des réalisations de  $(X, Y)$  par l'échantillonneur de Gibbs. Montrons que cette loi est de la forme (qui dépend également de  $(x_{t_1}, y_{t_1})$ ,  $(x_{t_2}, y_{t_2})$ ,  $(x_{t_3}, y_{t_3})$ , et  $(x_{t_4}, y_{t_4})$ ; dépendance que nous omettons afin de simplifier l'écriture) :

$$h(x_s, y_s) = p(x_s) f_{x_s}(y_s) \quad (8)$$

où  $p$  est une probabilité sur l'ensemble des classes et, pour chaque classe  $x_s$ ,  $f_{x_s}$  est la densité gaussienne correspondante à  $x_s$ . L'écriture (8) permettra alors des simulations aisées des réalisations de  $(X_s, Y_s)$  : on pourra simuler d'abord  $x_s$  selon la probabilité  $p$ , et simuler ensuite  $y_s$  selon la densité  $f_{x_s}$ .

Nous avons les égalités (9) suivantes :

$$\begin{aligned}
& P\{(X_s, Y_s) = (x_s, y_s) \mid \\
& [(X_{t_1}, Y_{t_1}), \dots, (X_{t_4}, Y_{t_4})] = [(x_{t_1}, y_{t_1}), \dots, (x_{t_4}, y_{t_4})]\} \\
& \propto e^{-\sum_{i=1, \dots, 4} \varphi[(x_s, y_s), (x_{t_i}, y_{t_i})] - \varphi^*[(x_s, y_s)]} \\
& = e^{-\sum_{i=1, \dots, 4} [\varphi_1(x_s, x_{t_i}) + a_{x_s x_{t_i}} y_s y_{t_i}] - [\varphi_2(x_s) + a_{x_s x_s} y_s^2 + b_{x_s} y_s]} \\
& = e^{-\sum_{i=1, \dots, 4} \varphi_1(x_s, x_{t_i}) + [b_{x_s} + \sum_{i=1, \dots, 4} a_{x_s x_{t_i}} y_{t_i}] y_s - [\varphi_2(x_s) + a_{x_s x_s} y_s^2]}
\end{aligned}$$

Posons temporairement :

$$\begin{aligned}
\alpha &= \varphi_2(x_s) + \sum_{i=1, \dots, 4} \varphi_1(x_s, x_{t_i}) \\
\beta &= b_{x_s} + \sum_{i=1, \dots, 4} a_{x_s x_{t_i}} y_{t_i} \\
\delta &= a_{x_s x_s}
\end{aligned} \quad (10)$$

La loi de probabilité (9) devient :

$$\begin{aligned}
& \exp[-\alpha + \beta y_s + \delta y_s^2] = \\
& = \exp\left[-\frac{(y_s + \frac{\beta}{2\delta})^2}{\delta^{-1}} - (\frac{\beta}{2\delta})^2 \delta + \alpha\right] = \\
& \sqrt{\pi \delta^{-1}} \exp\left[\left(\frac{\beta}{\delta}\right)^2 \delta - \alpha\right] \\
& \frac{1}{\sqrt{\pi \delta^{-1}}} \exp\left[\frac{-(y_s + \frac{\beta}{2\delta})^2}{\delta^{-1}}\right] = \\
& \sqrt{\pi \delta^{-1}} \exp\left[\left(\frac{\beta}{2\delta}\right)^2 \delta - \alpha\right] f_{x_s}(y_s)
\end{aligned} \quad (11)$$

où  $f_{x_s}$  est une densité gaussienne avec la moyenne  $-\frac{\beta}{2\delta}$  et la variance  $\frac{1}{2\delta}$ . Finalement, en tenant compte du (10), la densité  $h(x_s, y_s) = p(x_s) f_{x_s}(y_s)$  figurant dans (8) est donnée par la densité gaussienne  $f_{x_s}$  déterminée par sa moyenne  $M_{x_s}$  et sa variance  $\sigma_{x_s}^2$  :

$$\begin{aligned}
M_{x_s} &= -\frac{b_{x_s} + \sum_{i=1, \dots, 4} a_{x_s x_{t_i}} y_{t_i}}{2a_{x_s x_s}} \\
\sigma_{x_s}^2 &= \frac{1}{2a_{x_s x_s}}
\end{aligned} \quad (12)$$

et par la probabilité  $p$  définie sur l'ensemble des classes par :

$$\begin{aligned}
p(x_s) &= \\
& = \frac{\left[ \sqrt{(a_{x_s x_s})^{-1}} \right] e^{\frac{(b_{x_s} + \sum_{i=1, \dots, 4} a_{x_s x_{t_i}} y_{t_i})^2}{2a_{x_s x_s}} - \varphi_2(x_s) - \sum_{i=1, \dots, 4} \varphi_1(x_s, x_{t_i})}}{\sum_{\omega \in \Omega} \left[ \sqrt{(a_{\omega \omega})^{-1}} \right] e^{\frac{(b_{\omega} + \sum_{i=1, \dots, 4} a_{\omega x_{t_i}} y_{t_i})^2}{2a_{\omega \omega}} - \varphi_2(\omega) - \sum_{i=1, \dots, 4} \varphi_1(\omega, x_{t_i})}}
\end{aligned}$$

Finalement, les principales différences entre le modèle classique par Champs de Markov Cachés et celui par Champs de Markov Couples proposé sont les suivantes :

(i) La loi de  $X$  (sa loi *a priori*) est une loi de Markov dans le modèle classique et n'est pas nécessairement une loi de Markov dans le modèle proposé;

(ii) La loi de  $X$  *a posteriori* n'est pas nécessairement une loi de Markov dans le modèle classique et c'est une loi de Markov dans le modèle proposé;

(iii) Contrairement au modèle classique, il est possible, dans le modèle proposé, de simuler les réalisations de  $X$  selon sa loi *a posteriori* sans approximations du modèle, ce qui permet l'utilisation des méthodes classiques de segmentation comme MAP [GeG84, Bes86] or MPM [MMP87].

## Remarques

1. Le modèle classique par champs de Markov s'applique également dans le cas des données multicapteur [YaG95]. Pour  $m$  capteurs les observations sur chaque pixel  $s \in S$  sont supposées être une réalisation d'un vecteur aléatoire  $Y_s = [Y_s^1, \dots, Y_s^m]$ . On peut également étendre le modèle proposé au cas multicapteur : à titre d'exemple, on remplacerait  $y_s y_t$  et  $y_s^2$  figurant dans (6) par des fonctions  $\phi_1[(y_s^1, \dots, y_s^m), (y_t^1, \dots, y_t^m)]$  et  $\phi_2[(y_s^1, \dots, y_s^m)]$ .

2. Dans certains cas particuliers le modèle classique peut prendre en compte une texture ou un bruit corrélé [Guy93]. En particulier, le cas d'un bruit gaussien corrélé additif est traité dans [Lee98].

3. L'estimation des paramètres du modèle par champs de Markov couples pourrait, *a priori*, être effectuée par des variantes de la méthodes Estimation Conditionnelle Itérative (ICE [Pie92], [Pie94]). En effet,  $X$  étant simulable selon sa loi conditionnelle à  $Y$ , il reste à considérer un estimateur des paramètres défini à partir de  $(X, Y)$ . On pourrait alors envisager l'adaptation à  $(X, Y)$ , dont la structure est relativement inhabituelle car  $X$  prend ses valeurs dans un espace discret et  $Y$  prend les siennes dans un espace continu, des diverses techniques connues [Guy93], et en particulier l'algorithme du gradient stochastique [You88].

### 2.3 Cas général Champ de Markov Couple

La généralisation de l'exemple donné par (6) à une écriture quelconque de l'énergie ne pose pas de problème majeur. Soit  $S$  l'ensemble des pixels, avec  $N = \text{Card}(S)$ . On considère  $k$  classes  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_k\}$ ,  $m$  capteurs (chaque  $Y_s = (Y_s^1, \dots, Y_s^m)$  est à valeurs dans  $R^m$ ), et l'ensemble de cliques défini par un certain système de voisinages. Le champ aléatoire  $Z = (Z_s)_{s \in S}$ , avec  $Z_s = (X_s, Y_s)$ , est un Champs de Markov Couple si sa loi s'écrit

$$P[Z = z] = \lambda e^{-\sum_{c \in C} \varphi^c(z_c)} \quad (14)$$

Notons que dans certains cas, comme le cas gaussien, on doit s'assurer de l'existence de la mesure de probabilité donnée par (14).

En particulier, le cas de trois capteurs peut être utilisé pour la segmentation des images couleur.

### 3 Exemples visuels

Nous présentons dans ce paragraphe quelques résultats de simulations et de segmentation par la méthode MPM. Il apparaît que la variation des paramètres d'un champ de Markov couple simple permet d'obtenir un certain nombre d'images texturées. Nous avons choisi de présenter des cas relativement "bruités" (on distingue l'image des classes avec quelque difficulté). Nous remarquons que les images des classes ressemblent à des réalisations des champs de Markov, ce qui peut éventuellement signifier que dans les cas simples présentés le modèle classique, où le champ des classes est un champ de Markov, n'est pas très "éloigné" du modèle

par champ couple. Nous notons également la possibilité d'obtenir différents types de textures.

Les champs couples présentés sur la Fig.1 sont des champs de Markov relativement aux quatre plus proches voisins et tels que la loi de  $Y$  conditionnelle à  $X$  est une loi gaussienne. L'écriture de la loi de  $(X, Y)$  choisie pour les simulations est

$$P[X = x, Y = y] = \lambda e^{-\sum_{(s,t) \text{ voisins}} \varphi[(x_s, y_s), (x_t, y_t)] - \sum_s \varphi^*[(x_s, y_s)]} \quad (15)$$

avec

$$\varphi[(x_s, y_s), (x_t, y_t)] = \frac{1}{2}(a_{x_s x_t} y_s y_t + b_{x_s x_t} y_s + c_{x_s x_t} y_t + d_{x_s x_t}) \quad (16)$$

$$\varphi^*[(x_s, y_s)] = \frac{1}{2}(\alpha_{x_s} y_s^2 + \beta_{x_s} y_s + \gamma_{x_s x_t})$$

Les coefficients définissant l'énergie donnée par (16) sont précisés dans le tableau Tab.1. Notons qu'il est intéressant, pour avoir une idée de l'importance du bruit, d'avoir des renseignements sur la loi de  $Y$  conditionnelle à  $X = x$ . C'est en effet une loi gaussienne et la connaissance des paramètres comme les moyennes ou les variances correspondant aux classes permet d'avoir, en première approximation, une idée sur les bruitages. Les renseignements sont cependant incomplets car le niveau du bruit dépend également des corrélations des v. a. ( $Y_s$ ) conditionnellement à  $X$  et de la loi de  $X$  *a priori*.

Notons qu'un lien simple unit certains coefficients des potentiels donnés par (16) aux moyennes et aux variances. En effet, en notant  $\Sigma_x$  la matrice de covariance de la loi gaussiennes de  $Y$  conditionnellement à  $X = x$  et en posant  $Q_x = [q_{st}^x]_{s,t \in S} = \Sigma_x^{-1}$ , nous avons

$$P[Y = y | X = x] \propto \exp\left[-\frac{(y - m)^t Q_x (y - m)}{2}\right] \quad (17)$$

En développant (17) et en identifiant avec (16) nous avons en particulier

$$m_{x_s} = -\frac{\beta_{x_s}}{2\alpha_{x_s}} \quad (18)$$

$$\sigma_{x_s}^2 = \frac{1}{\alpha_{x_s}}$$

Tous les autres paramètres égaux par ailleurs, on peut ainsi utiliser (18) pour augmenter ou diminuer le bruit. À titre d'exemple, en gardant les variances constantes, on augmente le bruit en rapprochant les moyennes. Notons qu'il n'existe pas de lien simple entre les corrélations et les fonctions figurant dans (16). Les corrélations figurant dans le tableau Tab.1, qui montrent qu'il est possible d'obtenir diverses valeurs donnant des textures visuellement différentes, sont des estimées. Les valeurs des moyennes montrent que les bruitages sont relativement élevés, particulièrement dans les cas 2

(Image 5) et 3 (Image 8), ce qui est confirmé visuellement. En effet, il est difficile de distinguer les classes à partir de l'image bruitée. Remarquons cependant que le cas 1 (Images 1, 2, 3), qui semble visuellement moins bruité (les moyennes sont également les plus éloignées), est celui qui donne le taux d'erreur de la segmentation par le MPM le plus élevé. Ce fait confirme l'influence de la loi *a priori* et des corrélations du bruit sur l'importance, du moins en ce qui concerne la fonction de perte de la méthode Bayésienne MPM, de ce dernier.

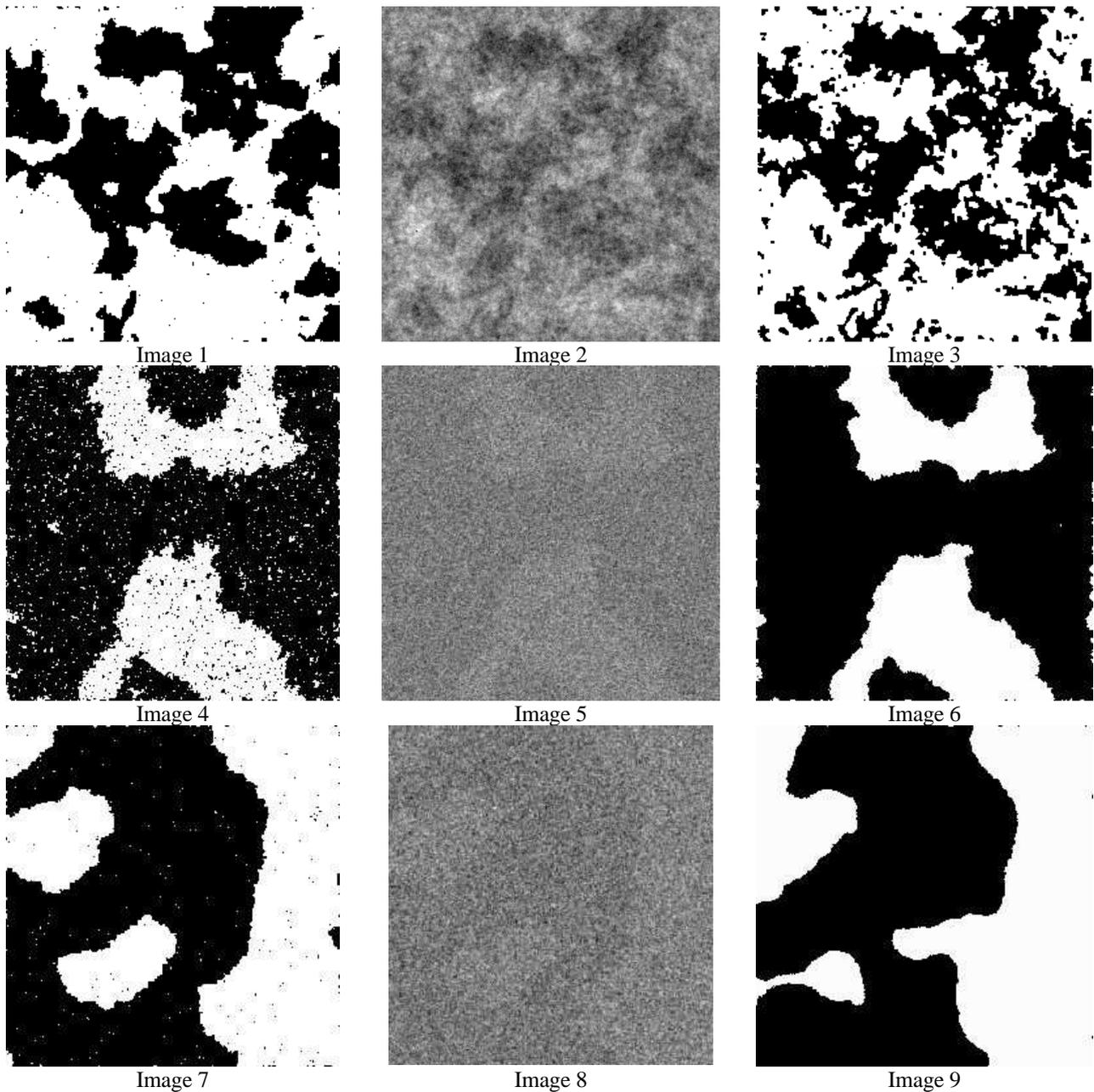


Fig. 1. Trois réalisations des champs de Markov couples : (Image 1, Image 2), (Image 4, Image 5), (Image 7, Image 8), et les segmentations par le MPM correspondantes.

	Images 1, 2, 3	Images 4, 5, 6	Images 7, 8, 9
$\alpha_{x_s}$	1	1	1
$\beta_{x_s}$	$-2m_{x_s}$	$-2m_{x_s}$	$-2m_{x_s}$
$\gamma_{x_s, x_t}$	$m_{x_s}^2$	$m_{x_s}^2$	$m_{x_s}^2$
$a_{x_s, x_t}$	-0,5	-0,1	-0,3
$b_{x_s, x_t}$	$0,5m_{x_t}$	$-0,1m_{x_t}$	$-0,3m_{x_t}$
$c_{x_s, x_t}$	$0,5m_{x_s}$	$-0,1m_{x_s}$	$-0,3m_{x_s}$
$d_{x_s, x_t}$	$-0,5m_{x_s}m_{x_t} + \varphi(x_s, x_t)$	$-0,1m_{x_s}m_{x_t} + \varphi(x_s, x_t)$	$-0,1m_{x_s}m_{x_t} + 1,5\varphi(x_s, x_t)$
$m_1$	1	1	1
$m_2$	1,7	1,5	1,5
$\sigma_1^2$	1	1	1
$\sigma_2^2$	1	1	1
$\rho_{11}$	0,65	0,05	0,18
$\rho_{22}$	0,67	0,07	0,17
$\tau$	18,0%	07,9%	11,7%
$Nb$	$30 \times 30$	$30 \times 30$	$30 \times 30$

Tab.1

$\alpha_{x_s}, \dots, d_{x_s, x_t}$  : les fonctions potentiels dans (16), la fonction  $\varphi$  étant définie par  $\varphi(x_s, x_t) = -1$  si  $x_s = x_t$  et  $\varphi(x_s, x_t) = 1$  si  $x_s \neq x_t$ .  $m_1, m_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$  : les moyennes et les variances dans (17).  $\rho_{11}, \rho_{22}$  : les covariances inter-classe estimées (pixels voisins).  $\tau$  : les taux d'erreur des segmentations par le MPM.  $Nb$  : nombre d'itérations dans le MPM (lois marginales estimées à partir de 30 réalisations, chaque réalisation étant obtenue après 30 itérations de l'échantillonneur de Gibbs).

## 4 Conclusions

Nous avons proposé dans cet article une modélisation originale par champs de Markov, pouvant être utilisée dans des problèmes d'estimation des champs aléatoires inobservables. Dans le cadre des traitements d'images cette modélisation permet, en particulier, d'effectuer des segmentations statistiques d'images texturées et bruitées par du bruit corrélé. Contrairement au modèle hiérarchique de Derin *et al.*, le modèle proposé permet d'appliquer les méthodes Bayésiennes MPM et MAP sans avoir recours à une quelconque approximation. La principale différence avec les modélisations par champs de Markov cachés réside dans le fait que la loi *a priori* du champ aléatoire des classes n'est pas

nécessairement une loi de Markov (ainsi le modèle n'est pas un champ de Markov caché car le champ caché n'est pas nécessairement de Markov).

Nous avons présenté quelques simulations montrant les possibilités de synthèse des images de classes texturées d'une part, et de leur segmentation par la méthode Bayésienne MPM, d'autre part. Les simulations montrent que l'on peut obtenir, dans un cadre des modèles relativement simples, aussi bien des différentes homogénéités des images de classes, que des différentes corrélations du bruit, donnant visuellement des textures différentes. Malgré l'importance visuelle du bruit (on distingue difficilement les classes dans les images bruitées) la segmentation par le MPM donne des résultats encourageants.

L'application du modèle proposé en segmentation d'images texturées et, éventuellement, bruitées par du bruit corrélé, réelles nécessiterait une méthode d'estimation de ses paramètres. La recherche de telles méthodes constitue une perspective naturelle pour la poursuite de notre travail.

## Remerciements

*Nous remercions Alain Hillion, Directeur Scientifique de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne, pour les nombreuses discussions qui ont fortement contribué à la conception de ce travail.*

## Références

- [Bes86] J. Besag, On the statistical analysis of dirty pictures, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 48, pp. 259-302, 1986.
- [ChJ93] R. Chellapa, A. Jain Ed., Markov Random Fields, Theory and Application, *Academic Press, San Diego*, 1993.
- [CrJ83] G. R. Cross and A. K. Jain, Markov Random Field Texture Models, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 5, No. 1, pp. 25-39, 1983.
- [DeE87] H. Derin and H. Elliot, Modelling and segmentation of noisy and textured images using Gibbs random fields, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 9, No. 1, pp. 39-55, 1987.
- [GeG84] S. Geman, G. Geman, Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 6, No. 6, pp. 721-741, 1984.
- [Guy93] X. Guyon, Champs aléatoires sur un réseau, Collection Techniques Stochastiques, Masson, Paris, 1993.

[NgC93] H. H. Nguyen and P. Cohen, Gibbs Random Fields, Fuzzy Clustering, and the Unsupervised Segmentation of Textured Images, *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, Vol. 55, No. 1, pp. 1-19, 1993.

[KDH88] P. A. Kelly, H. Derin, and K.D. Hart, Adaptive segmentation of Speckled images using a hierarchical random field model, *IEEE Trans. on ASSP*, Vol. 36, No 10, pp. 1628-1641, 1988.

[LaD89] S. Lakshmanan, H. Derin, Simultaneous parameter estimation and segmentation of Gibbs random fields, *IEEE Transactions on PAMI*, Vol. 11, pp. 799-813, 1989.

[Lee98] T. C. M. Lee, Segmenting images corrupted by correlated noise, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 20, No. 5, pp. 481-492, 1998.

[MMP87] J. Marroquin, S. Mitter, T. Poggio, Probabilistic solution of ill-posed problems in computational vision, *Journal of the American Statistical Association*, 82, pp. 76-89, 1987.

[Pie92] W. Pieczynski, Statistical image segmentation, *Machine Graphics and Vision*, Vol. 1, No. 1/2, pp. 261-268, 1992.

[Pie94] W. Pieczynski, Champs de Markov cachés et estimation conditionnelle itérative, *Traitement du Signal*, Vol. 11, No. 2, pp. 141-153, 1994.

[WoD92] C. S. Won and H. Derin, Unsupervised segmentation of noisy and textured images using Markov random fields, *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, Vol. 54, No 4, 1992, pp. 308-328.

[YaG95] T. Yamazaki and D. Gingras, Image classification using spectral and spatial information based on MRF models, *IEEE Trans. on IP*, Vol. 4, No. 9, pp. 1333-1339, 1995.

[You88] L. Younes, Estimation and annealing for Gibbsian fields, *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, Vol. 24, No. 2, 1988, pp. 269-294.