Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE DIRECT®
C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 339 (2004) 797–802
COMPTES RENDUS MATHEMATIQUE
http://france.elsevier.com/direct/CRASS1/

Statistique

Fusion de Dempster–Shafer dans les chaînes triplet partiellement de Markov

Wojciech Pieczynski

INT/GET, département CITI, CNRS UMR 5157, 9, rue Charles Fourier, 91000 Evry, France

Reçu le 20 avril 2004 ; accepté après révision le 11 octobre 2004

Présenté par Paul Deheuvels

Résumé

Les Chaînes de Markov Cachées (CMC), Chaînes de Markov Couple (CMCouple), ou Chaînes de Markov Triplet (CMT), permettent d'estimer un processus caché X à partir d'un processus observé Y. Récemment, les CMT ont été généralisées aux Chaînes Triplet Partiellement de Markov (CTPM), où l'estimation de X demeure possible. Par ailleurs, lorsque dans une CMC classique la loi a priori est remplacée par une masse de Dempster–Shafer, le résultat de la fusion de cette dernière avec une loi définie par $Y = y$, qui généralise la loi a posteriori de X, est une CMT. L'objet de cette Note est de généraliser ce dernier résultat de CMC aux CTPM multicapteur. ***Pour citer cet article : W. Pieczynski, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 339 (2004).***

Abstract

Dempster–Shafer fusion in triplet partially Markov chains. Hidden Markov Chains (HMC), Pairwise Markov Chains (PMC), and Triplet Markov Chains (TMC), allow one to estimate a hidden process X from an observed process Y. More recently, TMC have been generalized to Triplet Partially Markov chain (TPMC), where the estimation of X from Y remains workable. Otherwise, when introducing a Dempster–Shafer mass function instead of prior Markov distribution in classical HMC, the result of its Dempster–Shafer fusion with a distribution provided $Y = y$, which generalizes the posterior distribution of X, is a TMC. The aim of this Note is to generalize the latter result replacing HMC with multisensor TPMC. ***To cite this article: W. Pieczynski, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 339 (2004).***

Adresse e-mail : Wojciech.Pieczynski@int-evry.fr (W. Pieczynski).

1631-073X/$ – see front matter © 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.
doi:10.1016/j.crma.2004.10.013

Abridged English version

Let $X = (X_1, \ldots, X_n)$ and $Y = (Y_1, \ldots, Y_n)$ be two stochastic processes; each X_i belongs to $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_k\}$ and each Y_i to $\mathbb{R}$. The problem is to estimate X, whereas only Y is observed.

In triplet Markov chains (TMC), which generalise the well-known hidden Markov chains (HMC) model, a latent process $U = (U_1, \ldots, U_n)$, each U_i belonging to a finite set Λ, is introduced. Hence, assuming the Markovianity of $T = (X, U, Y)$, it is still possible to estimate X from Y [6]. TMC has then been generalised to triplet a 'partially' Markov chain (TPMC), in which it is assumed that, for each $1 \leqslant i \leqslant n-1$, $p(t_{i+1}|t_1, \ldots, t_i) = p(t_{i+1}|v_i, y^i)$, where $V = (X, U)$ and $y^i = (y_1, \ldots, y_i)$. Since the distribution of V conditional on Y remains Markovian in TPMC, the estimation of X from Y is still feasible [8].

Furthermore, according to (1), we have $p(t) = a(v)b(v)$, which means that $p(t)$ can be seen as the Dempster–Shafer fusion (DS fusion [3,9,10]) of the two probability distributions a and b', where $b'(v) = b(v)/[\sum_w b(w)]$. It is then possible to generalise a TPMC by replacing either a or b' by a Dempster–Shafer 'mass function' (DSMF). Such an extension regarding a has been studied in the simple case of HMC – instead of the TPMC considered here – and it turned out to be very useful in the case of non-stationary hidden chains [4]. Otherwise, the practical interest of exchanging b' by a mass function in a very simple case (independence of its components) is shown in [1]. So, let us replace a by a DSMF with a Markovian form $A(v_1^\star, \ldots, v_n^\star) = A(v_1^\star)A(v_2^\star|v_1^\star)\cdots A(v_n^\star|v_{n-1}^\star)$ (we have $v_i^\star \subset \Lambda \times \Omega$, which also means that $v_i^\star$ belongs to the power set $(\Lambda \times \Omega)^\star$ and thus A can be seen as a Markov chain on $[(\Lambda \times \Omega)^\star]^n$). The DS fusion $a(v)b(v)$ is then generalised to a DS fusion $A(v^\star) \oplus b'(v)$. Since b' is a probability, so $A(v^\star) \oplus b'(v)$ is also, but not necessarily a Markov distribution. Now, it can be shown (see proof of Proposition 3.1) that $A(v^\star) \oplus b'(v)$ is the marginal distribution, obtained by summation with respect to $v^\star \in [(\Lambda \times \Omega)^\star]^n$, of the Markov chain defined on $[(\Lambda \times \Omega) \times (\Lambda \times \Omega)^\star]^n$ by normalising the product $q_1(v_1, v_1^\star, v_2, v_2^\star)\cdots q_{n-1}(v_{n-1}, v_{n-1}^\star, v_n, v_n^\star)$ of calculable $q_1, \ldots, q_{n-1}$. Since the margins $p(v_i, v_i^\star)$ of the latter chain can be calculated using the classical forward and backward recursions, it becomes possible to estimate X from Y by the well known Bayesian Maximum Posterior Mode (MPM) method. In fact, the posterior marginal laws $p(x_i|y)$ are given by $p(x_i|y) = \sum_{(u_i, v_i^\star)} p(v_i, v_i^\star)$.

In the case of several sensors, each $Y_i = (Y_i^1, \ldots, Y_i^m)$ belongs to $\mathbb{R}^m$, and $b(v) = b^1(v)\cdots b^m(v)$ is given by Eq. (2). As above, we can envisage replacing each $b^j(v)$ by a mass function. Finally, $p(t) = a(v)b^1(v)\cdots b^m(v)$ is generalised to $p(t) = A(v^\star) \oplus B^1(v^\star) \oplus \cdots \oplus B^m(v^\star)$, which remains a probability once one of the mass functions $A, B^1, \ldots, B^m$ is a probability. To conclude, the main result can be expressed as follows: if one of $A, B^1, \ldots,$ and B^m mass functions of Markovian form is a classical Markov chain, then the marginal laws $p(x_i|y)$ involved in $p(t)$ are calculable and, as a result, the Bayesian MPM estimation method is workable.

1. Introduction

Considérons $X = (X_1, \ldots, X_n)$, $Y = (Y_1, \ldots, Y_n)$ deux processus, chaque X_i étant à valeurs dans $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_k\}$ et chaque Y_i étant à valeurs dans $\mathbb{R}$. On observe Y et on cherche à estimer X. Les chaînes de Markov cachées (CMC) sont parmi les modèles le plus utilisés. En notant $Z = (X, Y)$ le processus couple nous écrirons, chaque fois que cela sera possible sans ambiguïté, z à la place de (x, y) et z_i à la place de (x_i, y_i). La loi d'une CMC, où X est de Markov, s'écrit

$$p(z) = p(x_1)p(x_2|x_1)\cdots p(x_n|x_{n-1})p(y_1|x_1)\cdots p(y_n|x_n).$$

Ensuite, les modèles plus généraux dits chaînes de Markov « Couple » (CMCouple) où $Z = (X, Y)$ est de Markov mais X ne l'est plus nécessairement, ont été proposés [5]. A leur tour, les CMCouple ont été généralisées aux chaînes de Markov « Triplet » (CMT), dans lesquelles on introduit un processus latent discret $U = (U_1, \ldots, U_n)$ et l'on suppose la markovianité de $T = (X, U, Y)$ [6]. Enfin, une généralisation des CMT aux chaînes Triplet « partiellement » de Markov (CTPM) a été récemment précisée dans [8]. Dans ces dernières, $T = (X, U, Y)$ est de Markov par rapport (X, U), qui est alors de Markov conditionnellement à Y. On montre que dans les modèles CMCouple, CMT, et CTPM le problème de l'estimation de X partir de Y peut être résolu par des méthodes qui apparaissent comme des extensions des méthodes bayésiennes classiques qui ont fait le succès des CMC.

Par ailleurs, des liens entre les CMT et la théorie de l'évidence [3,9,10] ont été établis dans [6,7]. Lorsque la loi a priori dans une CMC est remplacée par une fonction de masse « markovienne », sa fusion de Dempster–Shafer (fusion DS) avec la probabilité définie par les observations $Y = y$, dont le résultat peut être vu comme une généralisation de la loi a posteriori de X, est formellement la loi marginale d'une CMCouple. Ce fait est intéressant dans la mesure où, bien que la fusion DS détruise la markovianité, son résultat permet quand même l'estimation de X à partir de Y. Les premières applications pratiques de cette propriété à la segmentation non supervisée des chaînes cachées non stationnaires donnent des résultats encourageant [4].

L'objet de cette Note est de proposer deux extensions. D'une part, nous montrons comment la fusion DS reste calculable lorsque l'on remplace les CMC par CTPM. D'autre part, nous considérons le cas d'une CTPM à plusieurs capteurs (Y_i à valeurs dans $\mathbb{R}^m$, $m \geqslant 2$) éventuellement « évidentiels », ce qui signifie que les observations produites par certains d'entre eux peuvent définir une fonction de masse au lieu d'une probabilité.

2. Chaînes triplet partiellement de Markov

Soit $T = (X, U, Y)$ un processus triplet comme ci-dessus, chaque U_i prenant ses valeurs dans un ensemble fini Λ. On note $V = (X, U)$ et, pour tout $1 \leqslant i \leqslant n$, $y^i = (y_1, \ldots, y_i)$. Le processus T est dit « Chaîne Triplet Partiellement de Markov » (CTPM) si pour tout $1 \leqslant i \leqslant n-1$, $p(t_{i+1}|t_1, \ldots, t_i) = p(t_{i+1}|v_i, y^i)$. Par ailleurs, nous avons le résultat classique suivant :

Lemme 2.1. *Soit un processus $W = (W_1, \ldots, W_n)$, chaque W_i étant fini. Alors W est de Markov si et seulement si il existe des fonctions positives $q_1, \ldots, q_{n-1}$ telles que*

$$p(w_1, \ldots, w_n) \propto q_1(w_1, w_2) \cdots q_{n-1}(w_{n-1}, w_n).$$

Les transitions $p(w_{i+1}|w_i)$ et les marginales $p(w_i)$ sont alors données par

$$p(w_{i+1}|w_i) = q_{i+1}(w_i, w_{i+1})\beta_{i+1}(w_{i+1})/\beta_i(w_i), \qquad p(w_i) = \alpha_i(w_i)\beta_i(w_i)/\sum_{w_i'}\alpha_i(w_i')\beta(w_i'),$$

avec

$$\alpha_1(w_1) = 1, \qquad \alpha_{i+1}(w_{i+1}) = \sum_{w_{i+1}} q_{i+1}(w_i, w_{i+1})\alpha_i(w_i)$$

et

$$\beta_n = 1, \qquad \beta_i(w_i) = \sum_{w_{i+1}} q_{i+1}(w_i, w_{i+1})\beta_{i+1}(w_{i+1}).$$

La loi de CTPM s'écrivant $p(v, y) = p(v_1, y_1)p(v_2, y_2|v_1, y_1)p(v_3, y_3|v_2, y^2) \cdots p(v_n, y_n|v_{n-1}, y^{n-1})$ on note que pour y fixé cette factorisation est de type de celle du Lemme 2.1 ; il en résulte que $V = (X, U)$ est de Markov conditionnellement à Y, ce qui implique la calculabilité des transitions et des marginales. Par ailleurs, la loi d'une CTPM s'écrit également (notons que a n'est pas nécessairement la loi de V, mais les $p(v_{i+1}, v_i)$ sont bien les lois des (V_{i+1}, V_i)).

$$p(t_1, \ldots, t_n) = p(t_1)\prod_{i=1}^{n-1} p(t_{i+1}|v_i, y^i) = p(t_1)\prod_{i=1}^{n-1} p(v_{i+1}, y_{i+1}|v_i, y^i)$$

$$= p(t_1)\prod_{i=1}^{n-1}\frac{p(v_i,v_{i+1},y^i,y_{i+1})}{p(v_i,y^i)} = p(t_1)\prod_{i=1}^{n-1}\frac{p(v_i,v_{i+1})p(y^i,y_{i+1}|v_i,v_{i+1})}{p(v_i)p(y^i|v_i)}$$
$$= \underbrace{\left[p(v_1)\prod_{i=1}^{n-1}\frac{p(v_i,v_{i+1})}{p(v_i)}\right]}_{a(v)}\underbrace{\left[p(y_1|v_1)\prod_{i=1}^{n-1}\frac{p(y^i,y_{i+1}|v_i,v_{i+1})}{p(y^i|v_i)}\right]}_{b(v)}. \tag{1}$$

3. A priori évidentiel

L'écriture (1) indique que la loi a posteriori $p(v|y)$ est proportionnelle à $a(v)b(v)$, ce qui signifie également qu'elle est proportionnelle à $a(v)b'(v)$, avec $b'(v) = b(v)/\sum_{v'} b(v')$ (notons que b étant de la forme $b(v) = b_1(v_1, v_2)\cdots b_{n-1}(v_{n-1}, v_n)$, b' est une chaîne de Markov en vertu du Lemme 2.1). Le produit $a(v)b'(v)$ normalisé pouvant être vu comme la fusion DS de a et b', nous allons étudier cette fusion lorsque a est remplacée par une fonction de masse. Considérons une masse évidentielle Markovienne (MEM) $A(v_1^\star,\ldots,v_n^\star) = A(v_1^\star)A(v_2^\star|v_1^\star)\cdots A(v_n^\star|v_{n-1}^\star)$, avec chaque $v_i^\star \subset \Lambda\times\Omega$ (ou encore $v_i^\star \in (\Lambda\times\Omega)^\star$). La fusion DS de A avec b', dont le résultat est une probabilité, généralise alors $p(v|y) \propto a(v)b(v)$ ci-dessus.

Proposition 3.1. *Le résultat de la fusion DS d'une MEM avec b' donné par* (1) *est une marginale d'une CMCouple.*

Démonstration. Nous avons

$$(A\oplus b')(v) \propto (A\oplus b)(v) \propto \sum_{v^\star\in[(\Lambda\times\Omega)^\star]^n,\ v\in v^\star} A(v^\star)b(v) = \sum_{v^\star\in[(\Lambda\times\Omega)^\star]^n} b(v)A(v^\star)\mathbb{1}_{[v\in v^\star]}$$
$$= \sum_{v^\star\in[(\Lambda\times\Omega)^\star]^n} \underbrace{b_1(v_1,v_2)\mathbb{1}_{[v_1\in v_1^\star, v_2\in v_2^\star]}A(v_1^\star)A(v_2^\star|v_1^\star)}_{q_1(v_1,v_1^\star,v_2,v_2^\star)}\ldots\underbrace{b_{n-1}(v_{n-1},v_n)\mathbb{1}_{[v_{n-1}\in v_{n-1}^\star]}\mathbb{1}_{[v_n\in v_n^\star]}A(v_n^\star|v_{n-1}^\star)}_{q_{n-1}(v_{n-1},v_{n-1}^\star,v_n,v_n^\star)}$$
$$= \sum_{v^\star\in[(\Lambda\times\Omega)^\star]^n} q_1(v_1,v_1^\star,v_2,v_2^\star)\ldots q_{n-1}(v_{n-1},v_{n-1}^\star,v_n,v_n^\star),$$

qui est bien la loi marginale de la chaîne de Markov définie par $q_1(v_1,v_1^\star,v_2,v_2^\star),\ldots,q_{n-1}(v_{n-1},v_{n-1}^\star,v_n,v_n^\star)$ en vertu du Lemme 2.1, ce qui termine la démonstration. □

Finalement, lorsque l'on a la loi d'une CTPM donnée par (1) et lorsque l'on souhaite, par exemple pour cause du manque de précision dans la connaissance des $p(v_{i+1}, v_i)$, remplacer a par une masse évidentielle markovienne A, les marginales a posteriori $p(x_i|y)$ sont calculables de la manière suivante : (i) on calcule la marginale $p(v_i, v_i^\star)$, qui est en fait la marginale conditionnelle $p(v_i, v_i^\star|y)$, à partir de la chaîne définie par $q_1(v_1,v_1^\star,v_2,v_2^\star),\ldots,q_{n-1}(v_{n-1},v_{n-1}^\star,v_n,v_n^\star)$ en suivant la procédure du Lemme 2.1 ; (ii) on calcule $p(v_i|y)$à partir de $p(v_i, v_i^\star|y)$ en sommant sur $v_i^\star$; (iii) sachant que $v_i = (x_i, u_i)$, on calcule $p(x_i|y)$ à partir de $p(v_i|y)$ en sommant sur u_i.

4. Capteurs évidentiels

Supposons que l'on dispose d'un seul capteur et que l'on souhaite, dans l'égalité (1), garder $a(v)$ et remplacer $b(v)$ (qui définit une chaîne de Markov $b'(v)$) par une fonction $B(v^\star)$ de même forme, mais définie sur $[(\Lambda\times\Omega)^\star]^n$ (qui donne une MEM $B'(v^\star)$). Une des raisons pour le faire peut être, comme dans le paragraphe précédent, un déficit de connaissance des densités $p(y_{i+1}, y^i|v_{i+1}, v_i)$. Il peut également y avoir des raisons structurelles inhérentes au modèle. A titre d'exemple, considérons une image satellite optique comportant trois classes d'intérêt $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, qui sont eau, forêt, habitations et posons, en simplifiant le modéle, $v = x$. Lorsqu'il y a des nuages, une partie de la scène est occultée, ce qui peut être modélisé comme ignorance totale et assimilé à Ω. Finalement, pour le capteur tout se passe comme s'il y avait quatre classes $\{\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}, \Omega\}$ et $B'(x^\star)$ est alors une MEM à valeurs dans cet ensemble. On peut également considérer une image infrarouge, où seules les différences de température sont détectées. Si l'on admet que « eau » et « forêt » sont à la même température qui diffère de celle de la classe « habitations », le capteur ne différencie alors que deux classes et $B'(x^\star)$ est une MEM à valeurs dans $\{\{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_3\}\}$.

Avec une preuve analogue à celle de la Proposition 3.1, nous pouvons énoncer la :

Proposition 4.1. *Le résultat de la fusion DS d'une MEM $B'(v^\star)$ avec a donné par* (1) *est une marginale d'une CMCouple.*

Considérons le cas où l'on dispose de $m \geqslant 2$ capteurs : chaque $y_i = (y_i^1, \dots, y_i^m)^t$ est à valeurs dans $\mathbb{R}^m$. Supposons que les processus $Y^1, \dots, Y^m$ sont indépendants conditionnellement à V ; la loi de $T = (V, Y) = (V, Y^1, \dots, Y^m)$ s'écrit :

$$p(t) = \underbrace{\left[p(v_1)\prod_{i=1}^{n-1}\frac{p(v_i, v_{i+1})}{p(v_i)}\right]}_{a(v)}\underbrace{\left[\prod_{j=1}^{m} p(y_1^j|v_1)\prod_{i=1}^{n-1}\frac{p(y^{i,j}, y_{i+1}^j|v_i, v_{i+1})}{p(y^{i,j}|v_i)}\right]}_{b(v)}. \tag{2}$$

On a une formule analogue à (1), avec $b(v) = b^1(v)\cdots b^m(v)$ à la place de $b(v)$, chaque $b^j(v)$ étant proportionnel à la loi $b'^j(v)$ d'une chaîne de Markov. Avec $a(v)$, que nous poserons égale à $b^0(v)$ afin d'uniformiser les notations, nous avons donc un produit de $m+1$ chaînes de Markov (à une constante de normalisation près). Supposons maintenant que s (avec $s \leqslant m$) chaînes parmi les $m+1$ sont remplacées par des CME (sans particulariser, on peut supposer que ce sont les s premières $B^0(v^\star), B'^1(v^\star), \dots, B'^{s-1}(v^\star)$). En posant $b'(v) \propto b^s(v)\cdots b^m(v)$, nous devons donc effectuer une fusion DS $B^0 \oplus B'^1 \oplus \cdots \oplus B'^{s-1} \oplus b'$. Nous pouvons alors annoncer le résultat suivant, généralisant les deux Propositions précédentes :

Proposition 4.2. *Le résultat de la fusion DS $B^0 \oplus B'^1 \oplus \cdots \oplus B'^{s-1} \oplus b'$ est une marginale d'une CMCouple. Comme conséquence, l'estimation bayésienne de X à partir de Y est possible.*

Démonstration. Nous avons

$$[B^0 \oplus B'^1 \oplus \cdots \oplus B'^{s-1} \oplus b'](v) \propto \sum_{v \in v^{\star,1}\cap\cdots\cap v^{\star,s}} B^0(v^{\star,1})\cdots B^{s-1}(v^{\star,s})b(v).$$

Sachant que

$$B^i(v^{\star,i+1}) = Q_1^i(v_1^{\star,i+1}, v_2^{\star,i+1})\cdots Q_{n-1}^i(v_{n-1}^{\star,i+1}, v_n^{\star,i+1}),$$

on peut écrire

$$B^0(v^{\star,1})\cdots B^{s-1}(v^{\star,s}) = \left[Q_1^0(v_1^{\star,1}, v_2^{\star,1})\cdots Q_1^{s-1}(v_1^{\star,s}, v_2^{\star,s})\right]\cdots\left[Q_{n-1}^0(v_{n-1}^{\star,1}, v_n^{\star,1})\cdots Q_{n-1}^{s-1}(v_{n-1}^{\star,s}, v_n^{\star,s})\right].$$

Par ailleurs $b(v) = q_1(v_1, v_2)\cdots q_{n-1}(v_{n-1}, v_n)$; il en résulte que $[B^0 \oplus B'^1 \oplus \cdots \oplus B'^{s-1} \oplus b'](v)$ est la marginale de la chaîne de Markov définie sur $[((\Omega \times \Lambda)^\star)^s \times (\Omega \times \Lambda)]^n$ par

$$\begin{aligned} &f_j\big((v_j^{\star,1}, \dots, v_j^{\star,s}, v_j), (v_{j+1}^{\star,1}, \dots, v_{j+1}^{\star,s}, v_{j+1})\big) \\ &\quad = \left[Q_j^0(v_j^{\star,1}, v_{j+1}^{\star,1})\cdots Q_j^s(v_j^{\star,s}, v_{j+1}^{\star,s})\right]\mathbb{1}_{[v_j \in v_j^{\star,1}\cap\cdots\cap v_j^{\star,s}]}q_j(v_j, v_{j+1}), \end{aligned}$$

ce qui termine la démonstration (les fonctions $f_1, \dots, f_{n-1}$ définissent une chaîne de Markov en vertu du Lemme 2.1). $\square$

A titre d'exemple, considérons simultanément un capteur optique en présence des nuages et un capteur infrarouge comme décrit au début de la section. Nous avons deux MEM associées aux capteurs et une chaîne de Markov classique associée à la loi a priori. Un deuxième exemple serait de considérer les mêmes capteurs en absence de nuages. On a alors une fusion de deux chaînes de Markov classiques définies par la loi a priori de X et le capteur optique, ainsi qu'une MEM définie par le capteur infrarouge (dans ces deux exemples $V = X$).

Du point de vue des applications, notons tout d'abord l'intérêt des CTPM par rapport aux CMT. Considérons, à titre d'exemple, le cas où Y est gaussien conditionnellement à V. Dans une CMT Y est, toujours conditionnellement à V, markovien, donc à « mémoire courte » (décroissance exponentielle des corrélations). Il est ainsi impossible de modéliser des phénomènes à « mémoire longue » (décroissance des corrélations plus lente), dont l'importance pratique dans l'étude des systèmes complexes est reconnue [2]. De telles modélisations sont possibles dans les CTPM, où la loi gaussienne de Y conditionnellement à V est quelconque. On peut alors conjecturer raisonnablement, dans la mesure où les CTPM généralisent les CMT et ces dernières généralisent les CMC de manière « continue », que l'intérêt pratique de l'introduction des masses évidentielles dans les CMC au niveau de la loi a priori [4], sera sauvegardé, du moins dans un certain nombre de situations, dans les CTPM. Par ailleurs, les premières études d'utilisation des capteurs « évidentiels », dans les modèles simples des champs de Markov cachés ont donné des résultats encourageant [1], ce qui laisse supposer que la modélisation plus complexe dans le cadre des CTPM est de nature à présenter également un intérêt dans un certain nombre de situations réelles.

Références

[1] A. Bendjebbour, Y. Delignon, L. Fouque, V. Samson, W. Pieczynski, Multisensor images segmentation using Dempster–Shafer fusion in Markov fields context, IEEE Trans. Geosci. Remote 39 (8) (2001) 1789–1798.
[2] J. Beran, M.S. Taqqu, Statistics for Long-Memory Processes, Monographs Statist. Appl. Probab., Chapman and Hall, New York, 1994.
[3] F. Janez, A. Appriou, Theory of evidence and non-exhaustive frames of discernment: plausibilities correction methods, Int. J. Approx. Reason. 18 (1/2) (1998) 1–19.
[4] P. Lanchantin, W. Pieczynski, Unsupervised restoration of hidden non stationary Markov chain using evidential priors, IEEE Trans. Signal Process., 2004, sous presse.
[5] W. Pieczynski, Pairwise Markov chains, IEEE Trans. Pattern Anal. 25 (5) (2003) 634–639.
[6] W. Pieczynski, Chaînes de Markov Triplet, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 335 (2002) 275–278.
[7] W. Pieczynski, Triplet Markov Chains and Theory of Evidence, Int. J. Approx. Reason., September 2003, submitted for publication.
[8] W. Pieczynski, Triplet partially Markov chains and trees, in: 2nd International Symposium on Image/Video Communications Over Fixed and Mobile Networks (ISIVC'04), Brest, France, 7–9 July 2004.
[9] G. Shafer, A Mathematical Theory of Evidence, Princeton University Press, Princeton, 1976.
[10] P. Smets, R. Kennes, The transferable belief model, Artif. Intell. 66 (2) (1994) 191–234.